

**Herzen State
Pedagogical University**



Статистические методы в дидактических исследованиях



Пак Мария Сергеевна
доктор педагогических наук, профессор
Почетный работник ВПО РФ,
Почетный профессор
(ФГБОУ «РГПУ им. А.И.Герцена», СПб.)
mspak@herzen.spb.ru



Статистические методы в системе методов исследования

Методы научных исследований
(А.А.Кыверялг)

Общенаучные

Частнонаучные

Специальные

Методы обработки и сведения результатов исследования:

1. **Статистические** (параметрические, непараметрические)
2. Табличные
3. Графические
4. Корреляционные
5. Тестовые



Роль и возможности статистических методов

- Обеспечение достаточной объективности изучения **количественных** сторон педагогических явлений.
- Фиксация **достоверных различий** между двумя исследуемыми явлениями.
- Статистика не может теоретически объяснять сущность взаимосвязи и изменения явлений.
- Кроме **количественных** характеристик необходимо подробное изучение **качественных** сторон явлений.
- Статистика необходима, т.к. она позволяет обрабатывать и систематизировать результаты исследования, **проверять его научно-практическую достоверность**.
- При использовании статистических методов следует исходить из **целесообразности** их применения, а не потому, что она в моде.
- В практике педагогического (дидактического, методического) исследования другая крайность: «красиво, но можно обойтись».



Статистические методы-

- методы, используемые

- для **точного измерения количественных** сторон педагогических (и дидактических) явлений,
- для решения вопросов **достоверности** результатов исследования,
- Для фиксации статистически **существенных различий** между двумя совокупностями исследуемых явлений,
- Для определения **результативности нового метода** (учебного материала, средства, формы, технологий, условий) по сравнению со старым



Важнейшие группы статистических методов

Статистические методы

Параметрические методы – статистические методы, основанные на сравнении средних, параметров генеральных совокупностей

Непараметрические методы – статистические методы, при которых на параметры не обращается внимание и предположений о законе нормального распределения не делается



Важнейшие понятия

1. Совокупность, объем совокупности.
2. Выборка, объем выборки.
3. Элементы совокупности (выборки).
4. Средние показатели (среднеарифметическая величина, среднее линейное и среднеквадратичное отклонение, мода, медиана)
 5. Дисперсия, стандартное отклонение.
 6. Нормальное распределение.
7. z-, t-, f- критерии (критерий Стьюдента, критерий Фишера).
8. Уровни вероятности (95%, остаток вероятности $p = 5\%$)
 9. Степень свободы ($n-1$)
10. Доверительный интервал, доверительные границы.
 11. Рабочая гипотеза. Альтернативная гипотеза.
 12. Нулевая гипотеза



Оптимальные объемы выборки

(Mereste U, Tallin, 1967)

Подходящие соотношения
объема **V** совокупности (выборки) и количества групп **n**

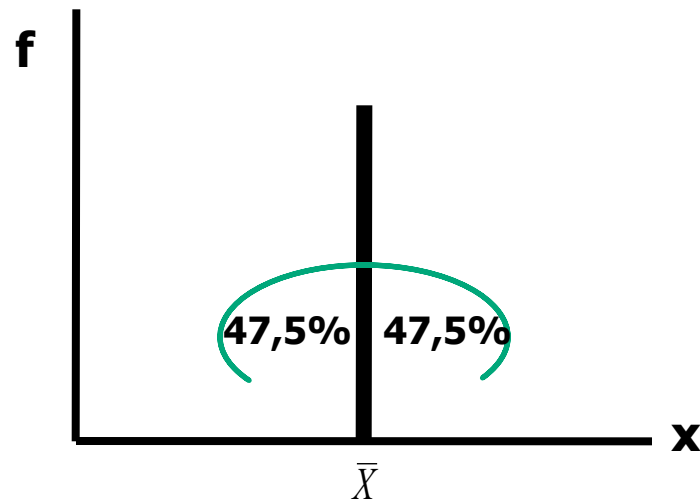
V (число учащихся)	П (число групп)
40-60	6-8
60-100	7-10
100-200	9-12
200-500	12-17

Большие выборки не <30; лучше >50 учащихся



Нормальное (Z-) распределение

- Распределение, при котором величины элементов совокупности распределяются характерным образом вокруг среднего арифметического (или медианы).
- Оно получается при исследовании больших совокупностей (>50)



- По обе стороны распределения находится 47,5% всех случаев (уровень 95% вероятности): **z-критерий = 1,96**



Степень свободы

- Поскольку вероятность наступления явления посредством нормального распределения возможно при довольно больших выборках, то объем выборки учитывается не точно, а посредством числа степеней свободы. Число степеней свободы ν показывает число свободно выбираемых наблюдений после вычисления нужных параметров.
- Например, $n=20$ элементов, средне-взвешенная величина $\bar{x}= 3,5$. **Число степеней свободы:** $n-1= 20-1=19$. Это означает: при 19 элементах можно свободно выбирать величины; только 20-ая величина должна выбираться так, чтобы средне-арифметическая величина равнялось 3,5 (баллам)



Нулевая гипотеза

- Нулевая гипотеза (H_0) – гипотеза, подлежащая контролю. Например: Нулевая гипотеза утверждает, что разницы в результатах учебной работы ЭГ и КГ зависит не от введения экспериментального фактора, а от случайных причин.
- По статистическим методам доказываемость ошибочности нулевой гипотезы не с абсолютной точностью, а с возможностью ошибки, которую характеризуют уровни достоверности ($p=5\%$, $p=1\%$, остаток вероятности).
- Альтернативная гипотеза (H_1)– гипотеза, сравниваемая с нулевой гипотезой. Рабочая гипотеза.
- Для проверки гипотезы вычисляют критерий эмпирический (k_{emp} полученный опытным путем), который сравнивают с критерием критическим (k_{krit} - табличным), числовое значение которого определяют по таблице.

Вычисления параметров

- Пример: Вычислите средний бал (средняя арифметическая величина), предварительно составив таблицу результатов контрольной работы: «1» – 10, «2» – 20, «3» – 14, «4» – 16, «5» – 20.

x_i	f_i	$x_i f_i$	$x_i - \bar{X}$	$(x_i - \bar{X})^2$	$(x_i - \bar{X})^2 \cdot f_i$
«1»	10	10	1-3,2	$(-2,2)^2$	$(-2,2)^2 \cdot 10$
«2»	20	40	2-3,2		
«3»	14	42	3-3,2		
«4»	16	64	4-3,2		
«5»	20	100	5-3,2		
Сумма Σ	80	256			152,80
$\bar{X} = \frac{\sum_{i=1}^n f_i x_i}{n}$	$\bar{X} = 256/80 = 3,2; \sigma^2 = 152,80/80 = 1,91; \sigma = 1,38$				



Практическое применение \bar{X}

1. Возможность охарактеризовать исследуемую совокупность **одним числом**
2. Сравнивать отдельные величины **со средним значением**.
3. Определить **тенденцию развития** какого-либо явления.
4. Сравнивать количественные **аспекты разных совокупностей**.
5. Вычислить **другие статистические параметры**, т.к. многие из них опираются на эту среднюю величину.
6. Характеризовать **общий уровень** совокупности (но не характеризует индивидуальные различия).
7. Возможность **качественные стороны** отразить числовыми данными.



Вычисления параметров

$$\sigma^2 = \frac{\sum f_i (x_i - \bar{X})^2}{n}$$

- Находим дисперсию по приведенной формуле: σ^2 равна =1,91,
- а σ (среднее квадратичное отклонение) = 1,38,
- Стандартная ошибка средней выводится по формуле:
- $m_{\bar{X}} = \frac{\sigma}{\sqrt{n-1}} \quad m_{\bar{X}} = 0,22$
- $t_{emp} = \frac{\bar{X}}{m_{\bar{X}}} \quad t_{emp} = 14,5$
- $t_{krit} = 1,99$ (при $n-1=80-1=79$; см. табл. Стьюдента)
- $t_{emp} > t_{krit}$ что свидетельствует о достоверности \bar{X}
- Доверительные границы по формуле $\bar{X} \pm t_{95} \cdot m_{\bar{X}}$ **$3,2 \pm 0,4$** ,
- т.е. нижние границы составляют 2,8, а верхние – 3,6 балла
2,8.....3,2.....3,6 - доверительные границы средней



Установление статистической достоверности

- Варьирование результатов характеризуют и отражают дисперсия σ^2 , стандартное квадратичное отклонение σ .
- Дисперсия связана с теорией вероятности, поэтому ее можно использовать при вычислении статистической достоверности результатов

$$\sigma^2 = \frac{\sum f_i (x_i - \bar{X})^2}{n}$$

- Числовое значение линейного отклонения возводят в квадрат для ликвидации знаков + и -



Фрагмент таблицы t – критерия

($p = 5\%$)

$\nu = n-1$	t крит	$\nu = n-1$	t крит
1	12,7	24	2,06
10	2,23	26	2,05
12	2,18	28	2,05
14	2,15	30	2,04
16	2,12	40	2,02
18	2,10	60	2,00
20	2,09	120	1,98
22	2,07	∞	1,96



Статистическая обработка данных с использованием t - критерия

$$\bar{X} = \frac{\sum_{i=1}^n f_i x_i}{n}$$

где \bar{X} - среднее арифметическое, f_i - частота, x_i - отдельная величина, n - объем выборки.

$$\sigma^2 = \frac{\sum f_i (x_i - \bar{X})^2}{n}$$

- где σ^2 - дисперсия.

$$\sigma = \sqrt{\sigma^2}$$

- где σ - стандартное отклонение (среднее квадратичное отклонение).



Статистическая обработка данных с использованием t - критерия

$$m_{\bar{X}} = \frac{\sigma}{\sqrt{n-1}}$$

- где $m_{\bar{X}}$ - стандартная ошибка средних.

$$\mu = \frac{m_{\bar{X}}}{\bar{X}} \times 100\%$$

- где μ - относительная ошибка средних.

$$t_{emp} = \frac{\bar{X}}{m_{\bar{X}}}$$

- где t_{emp} - критерий эмпирический.
- При малых выборках (менее 20) не действует закон нормального распределения. Вероятные оценки среднего даются на основании t-критерия

$$m_{\bar{X}} = \frac{\sigma}{\sqrt{n-1}}$$

$$t_{emp} = \frac{\bar{X}}{m_{\bar{X}}}$$



Статистическая обработка данных с использованием t - критерия

$$m_D = \sqrt{\frac{n_1 \cdot \sigma_1^2 + n_2 \cdot \sigma_2^2}{n_1 + n_2 - 2} \cdot \frac{n_1 + n_2}{n_1 \cdot n_2}}$$

- где m_D - стандартная ошибка разности средних (при однородной дисперсии).

$$\bar{X} \pm t_{95} \cdot m_{\bar{X}}$$

- $I = t_{95} \cdot m_{\bar{X}}$ — доверительные границы средней, где I - доверительный интервал, t_{95} - критерий Стьюдента
2,8.....3,2.....3,6 - доверительные границы средней
- **Вывод:** обработка данных проведена путем вычисления доверительного интервала средней по t-критерию Стьюдента



Возможности t-критерия

$$t_{emp} = \frac{\bar{X}_1 - \bar{X}_2}{m_D}$$

$$m_D = \sqrt{\frac{n_1 \cdot \sigma_1^2 + n_2 \cdot \sigma_2^2}{n_1 + n_2 - 2} \cdot \frac{n_1 + n_2}{n_1 \cdot n_2}}$$

$$t_{emp} = \frac{\bar{X}}{m_{\bar{X}}}$$

$$m_{\bar{X}} = \frac{\sigma}{\sqrt{n-1}}$$

$$t_{emp} = (x_i - \bar{x}) / \sigma$$



Статистическая обработка данных с использованием f - критерия

$$F_{emp} = \frac{\sigma_1^2}{\sigma_2^2} \quad \sigma_1^2 > \sigma_2^2$$

- где F_{emp} - критерий эмпирический.
- F_{krit} по таблице, $F_{emp} \geq F_{krit}$?
- Если $F_{emp} = F_{krit}$, то дисперсии однородны.
- Тогда определяют: $t_{emp} \geq t_{krit}$?

$$t_{emp} = \frac{\bar{X}_1 - \bar{X}_2}{m_D}$$

$$m_D = \sqrt{\frac{n_1 \cdot \sigma_1^2 + n_2 \cdot \sigma_2^2}{n_1 + n_2 - 2} \cdot \frac{n_1 + n_2}{n_1 \cdot n_2}}$$

- где m_D - стандартная ошибка разности средних (при однородной дисперсии).
- t_{krit} по таблице.
- Если $t_{emp} > t_{krit}$, то экспериментальный фактор оказал существенное влияние, что отразилось в результатах.



Фрагмент таблицы f - критерия

Число степеней свободы <i>знаменателя</i>	Число степеней свободы <i>числителя</i>		
	12	24	∞
10	2,9	2,7	2,5
20	2,3	2,1	1,8
22	2,2	2,0	1,8
24	2,2	2,0	1,7
26	2,2	2,0	1,7
28	2,1	1,9	1,7
30	2,1	1,9	1,6
40	2,0	1,8	1,5
60	1,9	1,7	1,4
120	1,8	1,6	1,3
∞	1,8	1,5	1,0



Статистические методы в дидактических исследованиях



Пак Мария Сергеевна
доктор педагогических наук, профессор
Почетный работник ВПО РФ,
Почетный профессор
(ФГБОУ «РГПУ им. А.И. Герцена», СПб.)

mepak@herzen.spb.ru
<http://mepak.herzen.spb.ru>

Спасибо за внимание!!!